

## Lineare Algebra und analytische Geometrie

Gleichungssysteme

Determinanten

Matrizen

Vektoren

### 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten

Geraden

Ebenen

Längen, Winkel,  
Abstände

Abbildungen

### *Das Additionsverfahren*

#### Beispiel 1:

Welche Zahlen muss man für  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  einsetzen, damit wahre Aussagen herauskommen?

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &= -8 \\ 2x_2 + 5x_3 &= -6 \\ -2x_3 &= 4 \end{aligned}$$

Lösungsweg:

#### „GAUSS-Verfahren“ oder „Gauss-Eliminations-Verfahren“ (GEV)

Jedes lineare Gleichungssystem lässt sich durch „Äquivalenzumformungen“ auf die „dreiecks-“, bzw. „Stufenform“ bringen:

- (1) Zeilen vertauschen
- (2) Eine Zeile mit einer Zahl  $c \neq 0$  multiplizieren
- (3) Eine Gleichung durch die Summe oder Differenz eines Vielfachen von ihr und einem Vielfachen einer anderen Gleichung ersetzen.

#### Aufgabe 1:

Ausführlich	Matrix	Umformung
I $3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = -4$ II $3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$ III $\frac{3}{2}x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -9$	$\left( \begin{array}{ccc c} 3 & 6 & -2 & -4 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ \frac{3}{2} & 5 & -5 & -9 \end{array} \right)$	IIa=II - I
		IIIa=III-1/2I

		IIIb=2IIIa+IIa

**2** Lösen Sie das lineare Gleichungssystem.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = -1 & \text{b) } 3x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 5 & \text{c) } 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 5 \\
 2x_2 + x_3 = 0 & 4x_2 + x_3 = 1 & 17x_2 + 24x_3 = 16 \\
 3x_3 = 6 & -5x_3 = 10 & 2x_3 = 7
 \end{array}$$

**3** Lösen Sie das lineare Gleichungssystem.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } 4x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 9 & \text{b) } 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 & \text{c) } 5x_1 = 10 \\
 2x_1 - x_3 = 5 & x_1 + 3x_2 = 5 & 5x_2 - 3x_3 = 9 \\
 4x_1 = -2 & 4x_2 = 8 & 4x_1 + x_2 = 0
 \end{array}$$

**4** Lösen Sie das lineare Gleichungssystem.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } x_1 + x_2 = 3 & \text{b) } x_1 + x_2 - x_3 = 0 & \text{c) } 5x_1 - x_2 - x_3 = -3 \\
 x_1 + x_2 - x_3 = 0 & x_1 + x_3 = 2 & x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\
 x_2 + x_3 = 4 & x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 & x_1 - 3x_2 + x_3 = -1
 \end{array}$$

**5** Lösen Sie das lineare Gleichungssystem mit dem GAUSS-Verfahren.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 3 & \text{b) } -x_1 + 7x_2 - x_3 = 5 & \text{c) } 0.6x_2 + 1.8x_3 = 3 \\
 3x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 13 & 4x_1 - x_2 + x_3 = 1 & 0.3x_1 + 1.2x_2 = 0 \\
 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -1 & 5x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 & 0.5x_1 + x_3 = 1
 \end{array}$$