GK S1 Mathematik	Klausur Nr. 2 – Gruppe B	20.12.2004

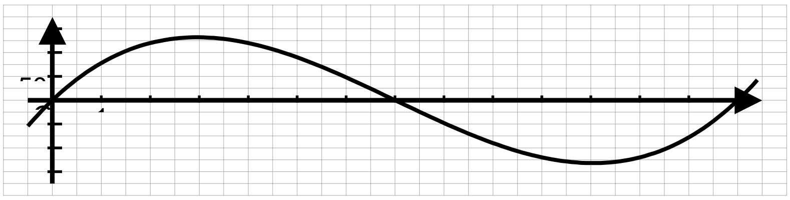
Name: ______________________________

Aufgabe 1: Bergbahn

Bei einer Testfahrt fährt eine Bergbahn einen Berg hinauf und wieder herunter ohne Halt in der Bergstation zu machen. Die momentane Höhenzunahme der Bahn wird in etwa durch die Funktion

$$f(t) = t(t-7)(t-14) = t^3 - 21t^2 + 98t;\ 0 \le t \le 14\ [t \text{ in Minuten}; f(t) \text{ Höhenzunahme in } \tfrac{\text{m}}{\text{min}}]$$

beschrieben.



I. Interpretiere den Graphen (Werte ablesen)

a) Bezeichne die Koordinatenachsen mit den richtigen Einheiten!
2P

b) Zu welchem Zeitpunkt erreicht die Bahn den höchsten Punkt ihres Streckenverlaufs?

t=7 **1P**

c) Zu welchen Zeitpunkten befindet sich die Bahn in der Talstation?

t=0 v t=14 **2P**

d) Welche Bedeutung haben negative Funktionswerte?
Höhenabnahme **1P**

e) Welche Bedeutung hat? $\int_0^a f(t)dt \quad [0 \le a \le 14]$

Die jeweilige Höhe der Bergbahn. **1P** **7P**

II. Berechne

a) Welchen Höhenunterschied legt die Bahn zwischen der Berg- und der Talstation zurück?

$$\int_0^7 (t^3 - 21t^2 + 98t)dt = \left[\frac{t^4}{4} - 7t^3 + 49t^2\right]_0^7 = [600{,}25 - 2401 + 2401] = 600{,}25m$$

b) Bestimme den Hochpunkt und den Tiefpunkt. Welche Bedeutung haben diese Punkte im Kontext der Aufgabenstellung?

HP (2,96/ 132) TP (11,04/132) **8P**

c) In welcher Höhe befindet sich die Bahn 5 Minuten nach Abfahrt in der Talstation?

$$\int_0^5 (t^3 - 21t^2 + 98t)dt = \left[\frac{t^4}{4} - 7t^3 + 49t^2\right]_0^5 = 506{,}25m$$ **3P**

d) In welcher Höhe befindet sich die Bahn 9 Minuten nach Abfahrt in der Talstation?

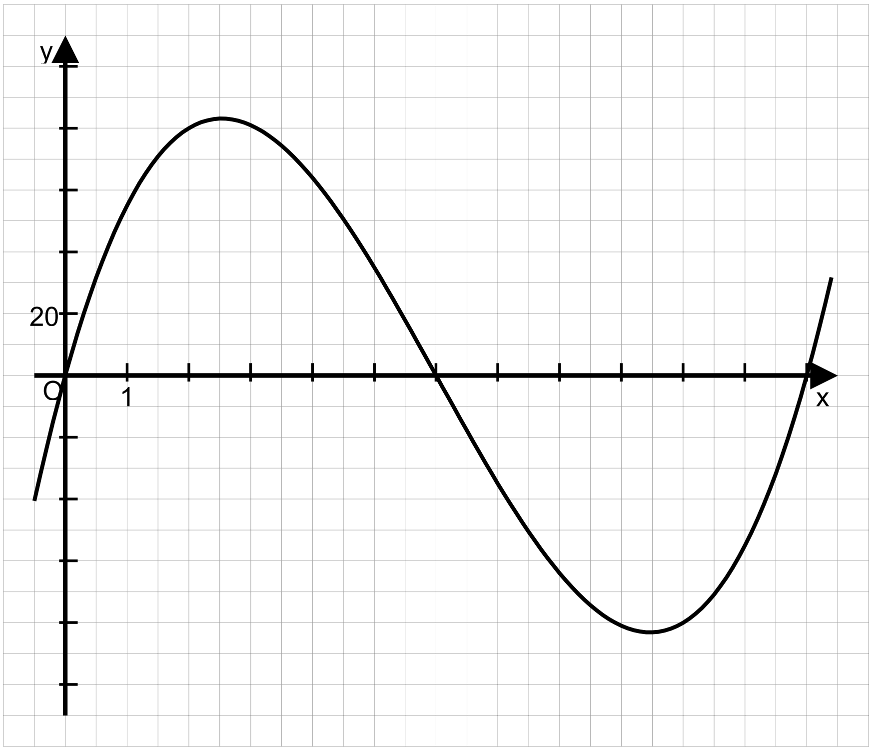
$$\int_0^9 (t^3 - 21t^2 + 98t)dt = \left[\frac{t^4}{4} - 7t^3 + 49t^2\right]_0^9 = [1640{,}25 - 5103 + 3969] = 506{,}25{,}25m$$ **3P**

Aufgabe 2: Wie groß ist die Fläche zwischen dem Graphen von $f: x \to (x-2)^3$, der Tangente in P(1/f(1)) und der x-Achse?

Aufgabe 3: Berechne die Fläche, die der Graph der Funktion $f(x) = x^3 - 12x + 3$ mit dem Graphen der Funktion $g(x) = 4x + 3$ einschließt.

Aufgabe 4: Pumpspeicherkraftwerk

Strom lässt sich nahezu nicht speichern – er muss in dem Augenblick hergestellt werden, in dem er verbraucht wird. Der Strombedarf und der Stromverbrauch sind im Tagesverlauf jedoch sehr unterschiedlich. Besonders viel Strom wird tagsüber und abends verbraucht, während der Stromverbrauch nachts eher gering ist. Die Leistung großer Kraftwerke ist jedoch über Tag und Nacht gleich, d.h. es ist nicht möglich, diese Kraftwerke in den Nachtstunden zu drosseln, um so die Stromproduktion dem Bedarf anzupassen. Eine Möglichkeit der Strom- oder eher gesagt der Energiespeicherung sind Pumpspeicherkraftwerke. Nachts wird mit überschüssig hergestelltem Strom Wasser in einen Speicher gepumpt, der höher liegt als seine Umgebung (z.B. auf einem Berg). Zu Zeiten hohen Stromverbrauchs wird dieses Wasser dann durch eine Turbine wieder ins Tal geleitet. Beim Durchfluss durch die Turbine entsteht Strom (i.d.R tagsüber), nachts verbraucht das Pumpspeicherwerk Strom, da Wasser in den höher liegenden Behälter gepumpt werden muss.



Die Funktion $f(t) = t(t-6)(t-12) = t^3 - 18t^2 + 72t$; $0 \le t \le 12$

[t in Stunden, $f(t)$ Zufluss in $\frac{\text{m}^3}{\text{Stunde}}$] beschreibt etwa den Wasserzufluss in ein Pumpspeicherkraftwerk.

I. Interpretiere den Graphen

a) Bezeichne die Koordinatenachsen mit den richtigen Einheiten! **2P**

b) Zu welchen Zeitpunkten t befindet sich am meisten / am wenigsten Wasser im Pumpspeicherkraftwerk?

t=6 am meisten

t=0 h v t=12 h am wenigsten **3P**

c) Welche Bedeutung haben die in der Abbildung dargestellten Hoch- und Tiefpunkte?

Hochpunkt: größter Zufluss

Tiefpunkt: größter Abfluss **2P**

d) Welche Bedeutung hat $\int_0^a f(t)dt$ $(0 \le a \le 12)$? **Der jeweilige Wasserstand** **1P**

e) Zu welchen Zeitpunkten stellt das Pumpspeicherkraftwerk Strom her, wann verbraucht es Strom?

0<t<6 Strom wird verbraucht

6<t<12 Strom wird erzeugt **2P**

II. Berechne

a) Wie viel Wasser befindet sich zum Zeitpunkt t=5 im Pumpspeicherkraftwerk?

$$\int_0^5 (t^3 - 18t^2 + 72t)dt = \left[\frac{t^4}{4} - 6t^3 + 36t^2\right]_0^5 = [156{,}25 - 750 + 900] = 306{,}25m^3$$ **3P**

b) Wie viel Wasser befindet sich zum Zeitpunkt t=10 im Pumpspeicherkraftwerk?

$$\int_0^{10} (t^3 - 18t^2 + 72t)dt = \left[\frac{t^4}{4} - 6t^3 + 36t^2\right]_0^{10} = [2500 - 6000 + 3600] = 100m^3$$ 3P

c) Der Wasserzufluss und der Wasserabfluss erfolgt durch das gleiche Rohr. Wie viel Wasser ist bis zum Zeitpunkt t=10 durch das Rohr geflossen?

$$\int_0^6 (t^3 - 18t^2 + 72t)dt - \int_6^{10} (t^3 - 18t^2 + 72t)dt = \left[\frac{t^4}{4} - 6t^3 + 36t^2\right]_0^6 - \left[\frac{t^4}{4} - 6t^3 + 36t^2\right]_6^{10}$$

$$= [324 - 1296 + 1296] - [100 - (324)] = 548m^3$$

3P

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Summe
24	8	6	19	57

Note: ____ **Punkte: ____**