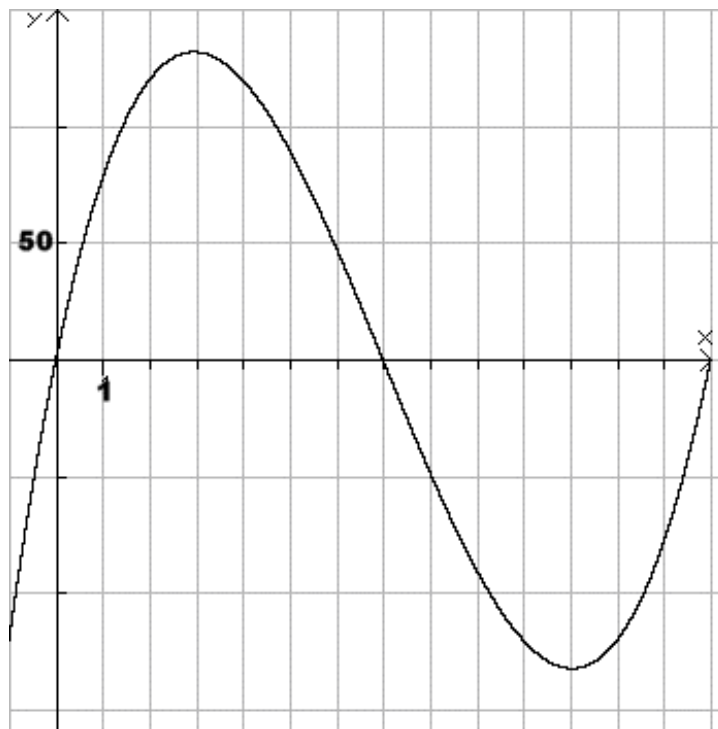


Name: _____

Hilfsmittel: Taschenrechner**Löse alle Aufgaben mit erläuterndem Kommentar!****Aufgabe 1: Pumpspeicherkraftwerk**

Strom lässt sich nahezu nicht speichern – er muss in dem Augenblick hergestellt werden, in dem er verbraucht wird. Der Strombedarf und der Stromverbrauch sind im Tagesverlauf jedoch sehr unterschiedlich. Besonders viel Strom wird tagsüber und abends verbraucht, während der Stromverbrauch nachts eher gering ist. Die Leistung großer Kraftwerke ist jedoch über Tag und Nacht gleich, d.h. es ist nicht möglich, diese Kraftwerke in den Nachtstunden zu drosseln, um so die Stromproduktion dem Bedarf anzupassen. Eine Möglichkeit der Strom- oder eher gesagt der Energiespeicherung sind Pumpspeicherkraftwerke. Nachts wird mit überschüssig hergestelltem Strom Wasser in einen Speicher gepumpt, der höher liegt als seine Umgebung (z.B. auf einem Berg). Zu Zeiten hohen Stromverbrauchs wird dieses Wasser dann durch eine Turbine wieder ins Tal geleitet. Beim Durchfluss durch die Turbine entsteht Strom (i.d.R tagsüber), nachts verbraucht das Pumpspeicherkraftwerk Strom, da Wasser in den höher liegenden Behälter gepumpt werden muss.

Die Funktion $f(t) = t(t-7)(t-14) = t^3 - 21t^2 + 98t$ [$0 < t \leq 14$] [t in Stunden, $f(t)$ Zufluss in $\frac{\text{m}^3}{\text{Stunde}}$] beschreibt etwa den Wasserzufluss in ein Pumpspeicherkraftwerk.

**I. Interpretiere den Graphen**

- Bezeichne die Koordinatenachsen mit den richtigen Einheiten! (2P)
- Zu welchem Zeitpunkt t befindet sich am meisten / am wenigsten Wasser im Pumpspeicherkraftwerk? **$t=7$ Stunden am meisten
 $t=0$ v $t=14$ am wenigsten** 3P
- Welche Bedeutung haben die in der Abbildung dargestellten Hoch- und Tiefpunkte? **Bei Hochpunkt ist der Zufluss maximal – Beim Tiefpunkt ist der Abfluss maximal** 2P
- Welche Bedeutung hat $\int_0^a f(t) dt$ ($0 < a \leq 14$)? **Der jeweilige Wasserstand im Becken** 1P
- Zu welchen Zeitpunkten stellt das Pumpspeicherkraftwerk Strom her, wann verbraucht es Strom? **Für $0 < t < 7$ verbraucht es Strom, für $7 < t < 14$ erzeugt es**

Strom

2P

II. Berechne

a) Wie viel Wasser befindet sich zum Zeitpunkt $t = 7$ im Pumpspeicherkraftwerk?

$$\int_0^7 (t^3 - 21t^2 + 98t) dt = \left[\frac{t^4}{4} - 7t^3 + 49t^2 \right]_0^7 = [600,25 - 2401 + 2401] = 600,25 m^3 \quad 3P$$

b) Wie viel Wasser befindet sich zum Zeitpunkt $t = 12$ im Pumpspeicherkraftwerk?

$$\int_0^{12} (t^3 - 21t^2 + 98t) dt = \left[\frac{t^4}{4} - 7t^3 + 49t^2 \right]_0^{12} = 5184 - 12096 + 7056 = 144 m^3 \quad 3P$$

c) Der Wasserzufluss und der Wasserabfluss erfolgt durch das gleiche Rohr. Wie viel Wasser ist bis zum Zeitpunkt $t = 12$ durch das Rohr geflossen?

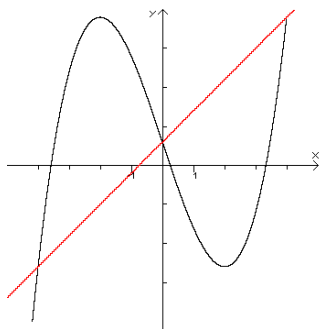
$$\int_0^7 (t^3 - 21t^2 + 98t) dt - \int_7^{12} (t^3 - 21t^2 + 98t) dt = \left[\frac{t^4}{4} - 7t^3 + 49t^2 \right]_0^7 - \left[\frac{t^4}{4} - 7t^3 + 49t^2 \right]_7^{12} = 600,25 + 456,25 = 1056,5 m^3$$

3P

Aufgabe 2: Berechne die Fläche, die der Graph der Funktion $f(x) = x^3 - 12x + 3$ mit dem Graphen der Funktion $g(x) = 4x + 3$ einschließt.

Die Schnittpunkte sind: $x=0$ v $x=4$ v $x=-4$

Skizze

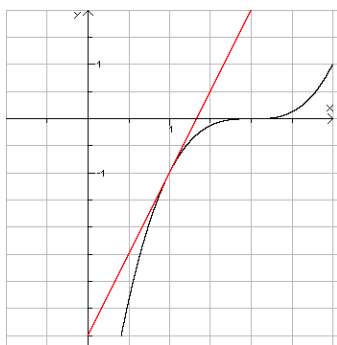


Fläche zwischen den Graphen:

$$2 \cdot \int_{-4}^0 (x^3 - 16x) dx = 2 \cdot \left[\frac{x^4}{4} - 8x^2 \right]_{-4}^0 = 2 \cdot [0 - (64 - 128)] = 128$$

6P

Aufgabe 3: Wie groß ist die Fläche zwischen dem Graphen von $f: x \rightarrow (x-2)^3$, der Tangente in $P(1/f(1))$ und der x-Achse?



$P(1/-1)$ Tangentengleichung: $t(x) = 3x - 4$

Nullstelle f : $x=2$

Nullstelle t : $x=4/3=1,33$

Fläche:

$$-\left(\int_1^2 (x-2)^3 dx - \int_1^{\frac{4}{3}} (3x-4) dx \right) = -\left(\left[\frac{(x-2)^4}{4} \right]_1^2 - \left[\frac{3x^2}{2} - 4x \right]_1^{\frac{4}{3}} \right) = -\left(\left[0 - \frac{1}{4} \right] - \left[-\frac{16}{6} + \frac{5}{2} \right] \right) = 0,083$$

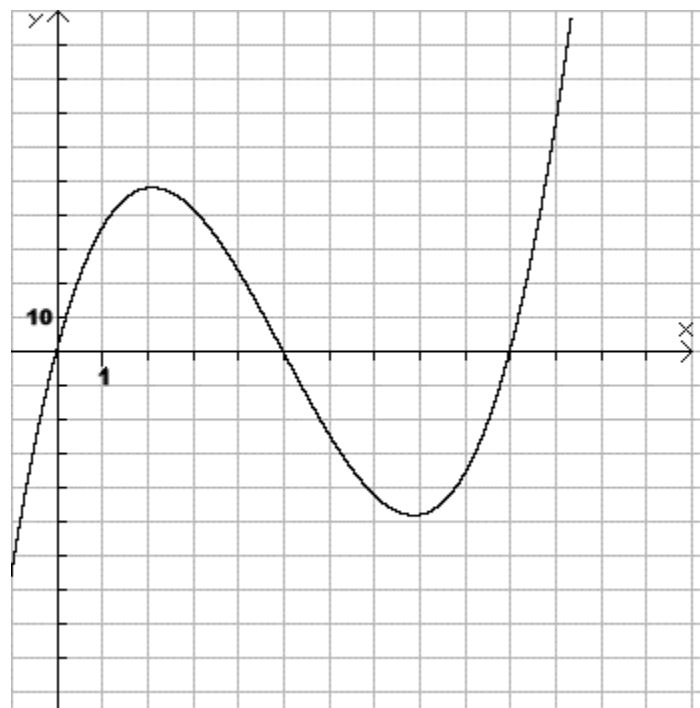
8P

Aufgabe 4: Bergbahn

Bei einer Testfahrt fährt eine Bergbahn einen Berg hinauf und wieder herunter ohne Halt in der Bergstation zu machen. Die momentane Höhenzunahme der Bahn wird in etwa durch die Funktion

$$f(t) = t \cdot (t-5) \cdot (t-10) = t^3 - 15t^2 + 50t \quad [0 < t \leq 10] \quad [t \text{ in Minuten}; f(t) \text{ Höhenzunahme in } \frac{\text{m}}{\text{min}}]$$

beschrieben.



I. Interpretiere den Graphen (Werte ablesen)

- Bezeichne die Koordinatenachsen mit den richtigen Einheiten! **2P**
- Zu welchem Zeitpunkt erreicht die Bahn den höchsten Punkt ihres Streckenverlaufs? **t=5** **1P**
- Zu welchen Zeitpunkten befindet sich die Bahn in der Talstation?
t=0 t=10 **2P**
- Welche Bedeutung haben negative Funktionswerte?
Höhenabnahme **1P**
- Welche Bedeutung hat $\int_0^a f(t) dt$ [$0 < a \leq 10$]?

Gibt die jeweilige Höhe von der Talstation an. _____ **1P**
7P

II. Berechne

- Welchen Höhenunterschied legt die Bahn zwischen der Berg- und der Talstation zurück?

$$\int_0^5 (t^3 - 15t^2 + 50t) dt = \left[\frac{t^4}{4} - 5t^3 + 25t^2 \right]_0^5 = 156,25 \text{ m}$$

3P

- Bestimme den Hochpunkt und den Tiefpunkt. Welche Bedeutung haben diese Punkte im Kontext der Aufgabenstellung?

HP(2,11/48,11) TP(7,11/-48,11)
Hochpunkt: Größte Höhenzunahme
Tiefpunkt: größte Höhenabnahme

8P

c) In welcher Höhe befindet sich die Bahn 3 Minuten nach Abfahrt in der Talstation?

$$\int_0^3 (t^3 - 15t^2 + 50t) dt = \left[\frac{t^4}{4} - 5t^3 + 25t^2 \right]_0^3 = 110,25m$$

3P

d) In welcher Höhe befindet sich die Bahn 8 Minuten nach Abfahrt in der Talstation?

$$\int_0^8 (t^3 - 15t^2 + 50t) dt = \left[\frac{t^4}{4} - 5t^3 + 25t^2 \right]_0^8 = 64m$$

3P

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Summe
19	6	8	24	57

Note: _____

Punkte: _____

- 57 **1+**
- 56
- 55 **1**
- 54
- 53
- 52
- 51 **1-**
- 50
- 49 **2+**
- 48
- 47 **2**
- 46
- 45
- 44
- 43 **2-**
- 42
- 41 **3+**
- 40
- 39 **3**
- 38
- 37
- 36
- 35 **3-**
- 34
- 33 **4+**
- 32
- 31 **4**
- 30

29
28
27 **4-**
26
25 **5+**
24
23 **5**
22
21
20
19 **5-**
18
17 **6**
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1