Grundkurs Mathematik S1	Extraaufgaben Nr. 4-Lösungen	2004-2005

Abzugeben <u>in handschriftlicher Form</u> bis zum 21.<u>12. 2004</u> bei Su
Es werden nur Lösungen mit den entsprechenden Nebenrechnungen (Extrazettel!) akzeptiert!

1 Welchen Flächeninhalt schließen die Graphen der Funktionen f und g zwischen ihren Schnittstellen ein? **15P**

a) $f(x)=x^2 \quad ; \; g(x)=1$

$$\int_{-1}^{1}(1-x^2)dx=\left[x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1}=\frac{4}{3}$$

b) $f(x)=x^2 ; g(x)=2x+3$

$$\int_{-1}^{3}(2x+3-x^2)dx=\left[x^2+3x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{3}=10{,}67$$

c) $f(x)=\sin ; x\in[0;2\pi]$; $g(x)=\cos ; x\in[0;2\pi]$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}(\cos x-\sin x)dx+\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5}{4}\pi}(\sin x-\cos x)dx+\int_{\frac{5}{4}\pi}^{2\pi}(\cos x-\sin x)dx=$$

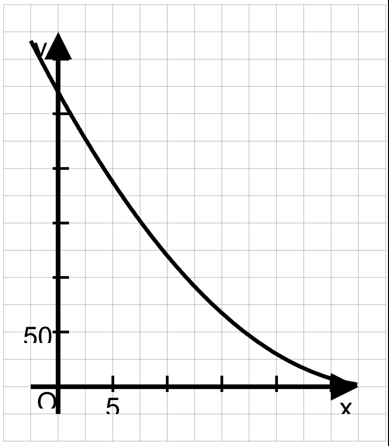
$$[\sin x+\cos x]_{0}^{\frac{\pi}{4}}+[-\cos x-\sin x]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5}{4}\pi}+[\sin x+\cos x]_{\frac{5}{4}\pi}^{2\pi}=5{,}7$$

2 In der Psychologie beobachtet man das Verhalten von Gruppen. Dabei hat man festgestellt, dass die Zeit t, die eine Gruppe zur Bewältigung eines festumrissenen Auftrages benötigt, mit der Anzahl x der erfolgreichen Ausführungen dieses Auftrages abnimmt.
Die Gruppe tendiert dazu, die Fähigkeit zur Bewältigung des Auftrages zu perfektionieren.
Angenommen, im Rahmen der ersten 25 Wiederholungen kann die Zeit in Sekunden zur Erledigung des Auftrages mit der folgenden Funktionen beschrieben werden:

$$t(x)=0{,}3x^2-18x+270; mit \quad 0\le x\le 25$$

a) Skizziere und beschreibe den Verlauf der Funktion im angegebenen Bereich 2

2



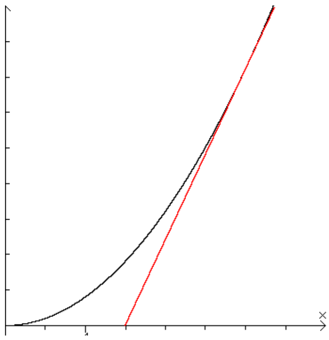
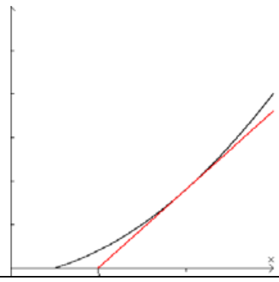
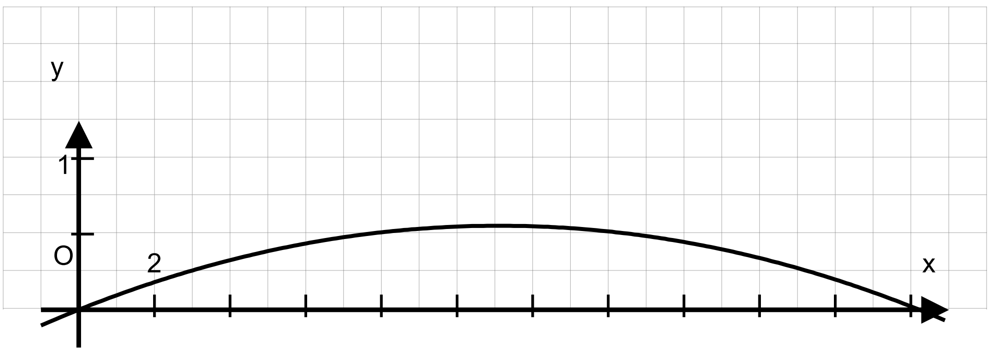
2

2

b) Welche Zeit benötigt die Gruppe um die Aufgabe die ersten zehn Male zu bewältigen?

$$\int_{0}^{10}(0{,}3x^2-18x+270)dx=1900\sec$$

c) Welche Zeit benötigt die Gruppe, um die Aufgabe die Aufgabe anschließend noch zehnmal zu Lösen.

	$\int_{10}^{20}(0{,}3x^2-18x+270)dx=700\sec$ **d) Vergleiche die beiden Ergebnisse. Welchen Schluss lassen diese Ergebnisse zu?** **Die Gruppe hat hinzugelernt und ihr Arbeitstempo erheblich gesteigert, bzw. die Zeit für die Versuche erheblich verkürzt.**	
3	Berechne den Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f , der Tangente im Punkt P und der X-Achse. Fertige jeweils eine kleine Skizze an. a) $f(x)=4x^2$ P(3/f(3)) **t(x)=24x-36** **Fläche:** $\int_0^3 4x^2dx-\int_{1,5}^3(24x-36)dx=9$  b) $f(x)=2x^2+x-1$ **P(2/f(2))** **t(x)=9x-9** **Fläche:** $\int_{\frac{1}{2}}^2(2x^2+x-1)dx-\int_1^2(9x-9)dx=1{,}125$ 	8 8
4	Beim Auswendiglernen z.B. von Vokabeln wächst die Lernrate, d.h. die Anzahl der neu gelernten Wörter pro Minute, zunächst mit der Zeit an. Nach dem Erreichen eines Maximums fällt sie wieder ab. In einer bestimmten Versuchsanordnung haben Experimente gezeigt, dass die Lernrate L(t) durch die folgende Funktionsgleichung beschrieben werden konnte. Hierbei ist für t die Anzahl der vergangen Minuten einzusetzen. $L(t)=-0{,}009t^2+0{,}2t$  a) Wie viele Wörter wurden in den ersten 10 Minuten gelernt? $\int_0^{10}(-0{,}009x^2+0{,}2x)dx=7$ b) Zu welchem Zeitpunkt war die Lernrate am höchsten? f'(x)=0 → x= 11,1 Minuten	2 2 2

	c) Wie viele Wörter wurden bis zu dem Zeitpunkt gelernt, an dem die Lernrate wieder auf 0 gesunken ist? X= 22,2 $\int_{0}^{22,2}(-0{,}009x^2+0{,}2x)dx \approx 16{,}5$ Es wurden in ca. 22 Minuten fast 17 Vokabeln gelernt	
	Summe	45

45	**1+**	
44		
43		**1**
42		
41	**1-**	
40		
39	**2+**	
38		
37		**2**
36		
35	**2-**	
34		
33	**3+**	
32		
31		**3**
30		
29	**3-**	
28		
27	**4+**	
26		
25		**4**
24		
23	**4-**	
22		
21	**5+**	
20		
19		**5**
18		
17	**5-**	
16		
15		
14		**6**
13		
12		
11		
10		
9		
8		
7		
6		
5		
4		
3		
2		
1		