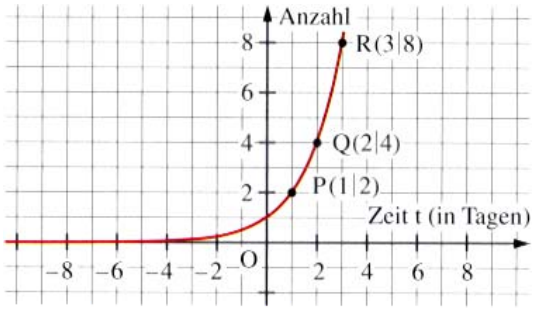
Differential- und Integralrechnung mit Exponential- und Logarithmusfunktionen

Einführung:

Beispiel 1:

Ein Gerücht verbreitet sich durch Gespräche von Person zu Person. Jeden Tag informiert jede Person, die dieses Gerücht kennt, genau eine weitere Person, die es nicht kennt.



Interpretiere den nebenstehenden Graphen:

1. Welche Bedeutung haben die Punkte P, Q, R?
2. Wie viele Personen kennen das Gerücht nach 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20 Tagen?
3. Versuche, eine Funktionsvorschrift für die Funktion zu finden.

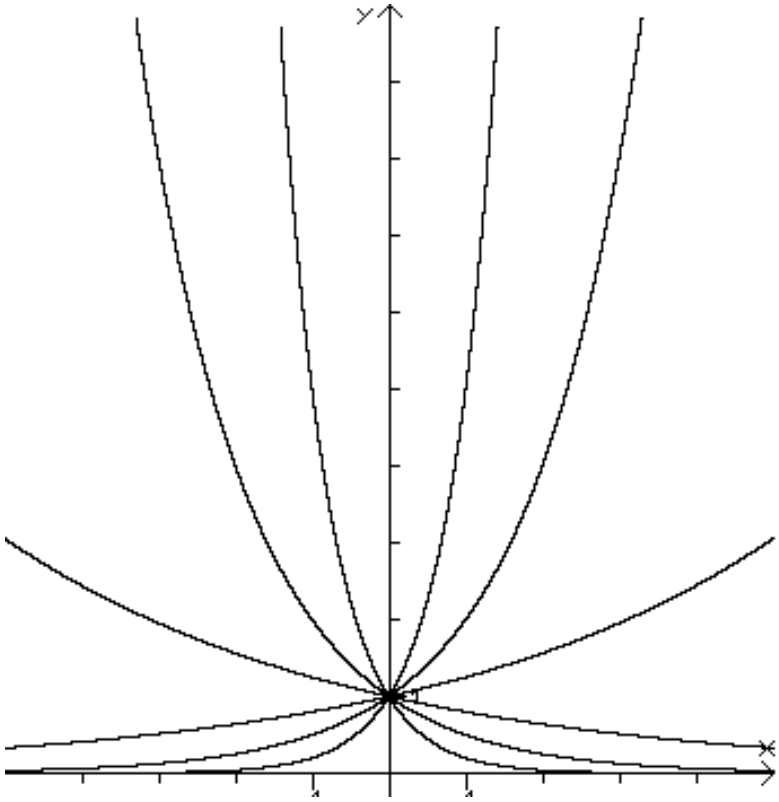
Beispiel 2:

In einem Land beträgt die durchschnittliche jährliche Inflationsrate 4,0 %. Der Wert der Währung sinkt damit innerhalb eines Jahres auf das $\frac{100}{104}$-fache.

Interpretiere den nebenstehenden Graphen:

1. **Wie groß ist der Wert der Währung nach 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30, 40 Jahren bei gleichbleibender Inflationsrate?**
2. **Wie lautet der zu der Funktion gehörende Funktionsterm?**
3. **Bestimme mit Hilfe des Graphen, wann sich der Wert halbiert hat.**

Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form $f : x \to a^x$:



Übungen:
Beispiel 1:

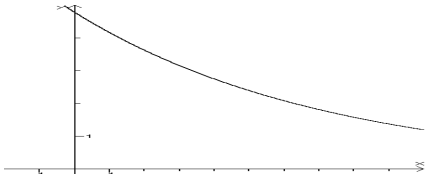
Der Graph einer Exponentialfunktion der Form $f: x \to a^x$ geht durch den Punkt P(2/3).

1. **Bestimme die Funktionsvorschrift**
2. **Skizziere den Verlauf des Graphen**

Beispiel 2:
Die Arbeitsposenzahl beträgt in einem Land 4,8 Millionen. Sie soll innerhalb von 5 Jahren halbiert werden. Wie groß muss die jährliche Abnahme in Prozent sein, wenn eine exponentielle Abnahme vorausgesetzt wird?

Zu bestimmen ist eine Funktion der Form:

$$f: t \to c \cdot a^t$$



Aufgabe 1:

Der Graph der Exponentialfunktion $f: x \to a^x$ geht durch den Punkt P. Bestimme die Funktionsvorschrift für:

a) P(1/3) b) P(1/0,25) c) P(-1/3) d) P $\left(-\frac{1}{2} / \frac{1}{16}\right)$

Aufgabe 2:

Der Graph einer Exponentialfunktion f mit $f: x \to c \cdot a^x$ geht durch die Punkte P und Q.
Bestimme c und a:

a) P(1/1), Q(2/2) b) P(-1/5) Q(0/7) c) P4/5) Q(5/6)

<u>Aufgabe 3:</u>
Am 1. Januar 1950 wurde ein Betrag von umgerechnet 100 € auf ein Bankkonto eingezahlt. Dabei wurde ein dauerhafter Zinssatz von 5% pro Jahr vereinbart. Welchen Betrag weist das Konto am 1. Januar 2010 auf, wenn der Zins jährlich dem Kontogutgeschrieben wird und keine weiteren Ein- bzw. Auszahlungen erfolgen?