Der (stabile) Marktpreis für eine Tonne Kies beträgt 10 Marakoneten; die totalen Produktionskosten betragen je Ausbringung x (Anzahl der produzierten Tonnen Kies):

$$K_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 26x + 10$$

a) Den Term der Gewinnfunktion

Gewinn= Erlös – Kosten

$G(x) = E(x) - K_1(x)$

$G(x) = 10x - (\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 26x + 10)$

b) das Gewinnintervall,

Das Gewinnintervall bestimmt sich durch die Schnittpunkte der Funktion E mit der Funktion K oder aus den Nullstellen der Gewinnfunktion:

$-\frac{1}{3}x^3 + 5x^2 - 16x - 10 = 0$

Durch Ablesen aus der Zeichnung:

Verlustintervall:]0;5,8[
Gewinnintervall:]5,8;9,8[

c) die Ausbringung xmax, für die der Gewinn von Großonkel Dagobert am größten wäre.

Bestimmung des größten Gewinns:

Nullstellen der ersten Ableitung bestimmen:

$-x^2 + 10x - 16 = 0$

$x^2 - 10x + 16 = 0$

$\underline{\underline{x = 2 \vee x = 8}}$

Einsetzen in die 2.Ableitung

$f''(2) = 6 \succ 0 \quad \Rightarrow lok.Min.$

$f''(8) = -6 \prec 0 \quad \Rightarrow lok.Max$

Der maximale Gewinn liegt bei x=8 Tonnen Kies und beträgt 11,33 Makroneten.

d) Zwei Wochen später ruft Dagobert seine 3 Großneffen zu sich: Der Preis je Tonne Kies ist angesichts des größeren Angebots auf 9,41 Marakoneten gesunken. - Sollte die Ausbringung geändert werden?

$G_2(x) = 9{,}41x - (\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 26x + 10)$

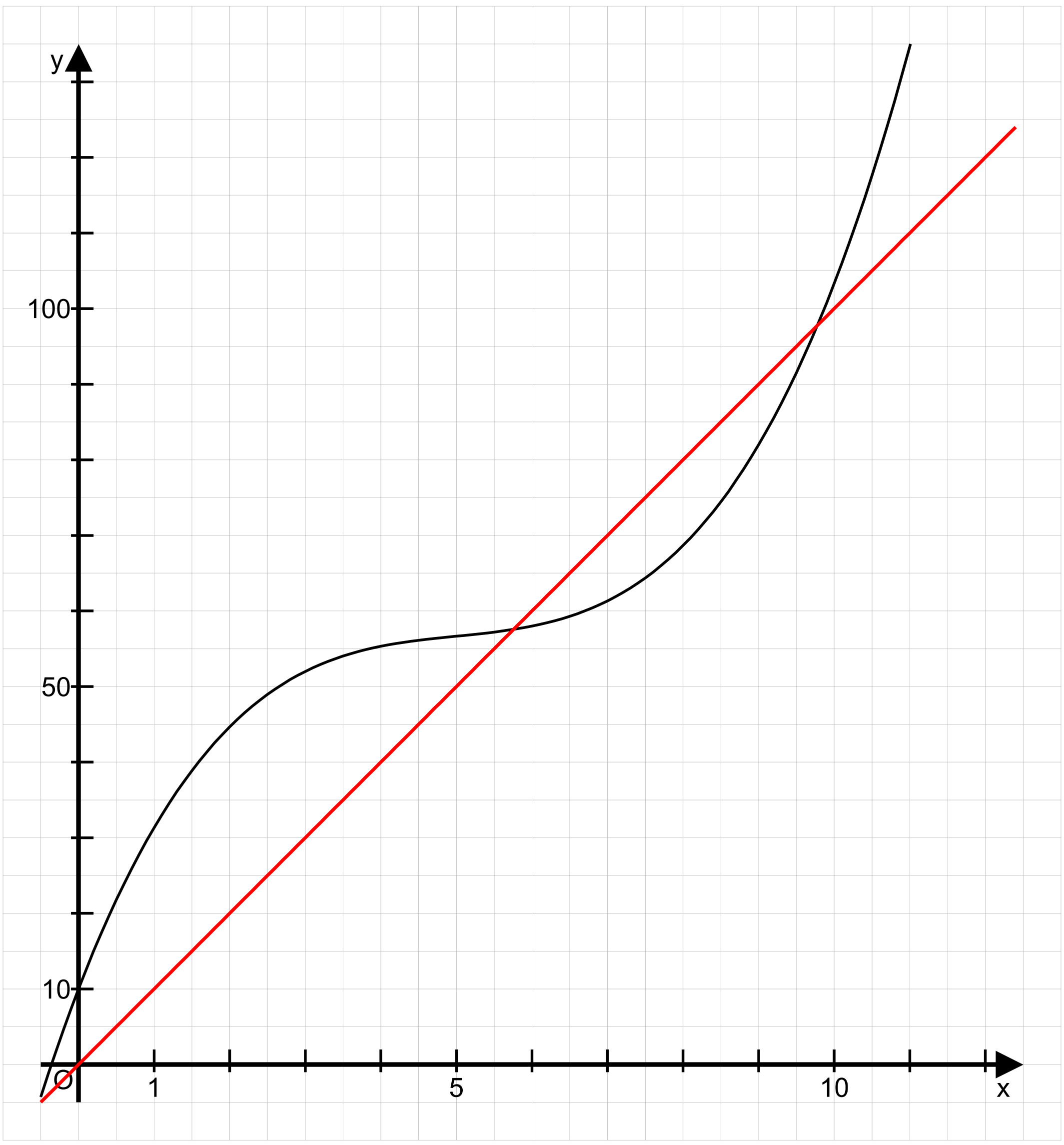
$G_2(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 5x^2 - 16{,}59x - 10$

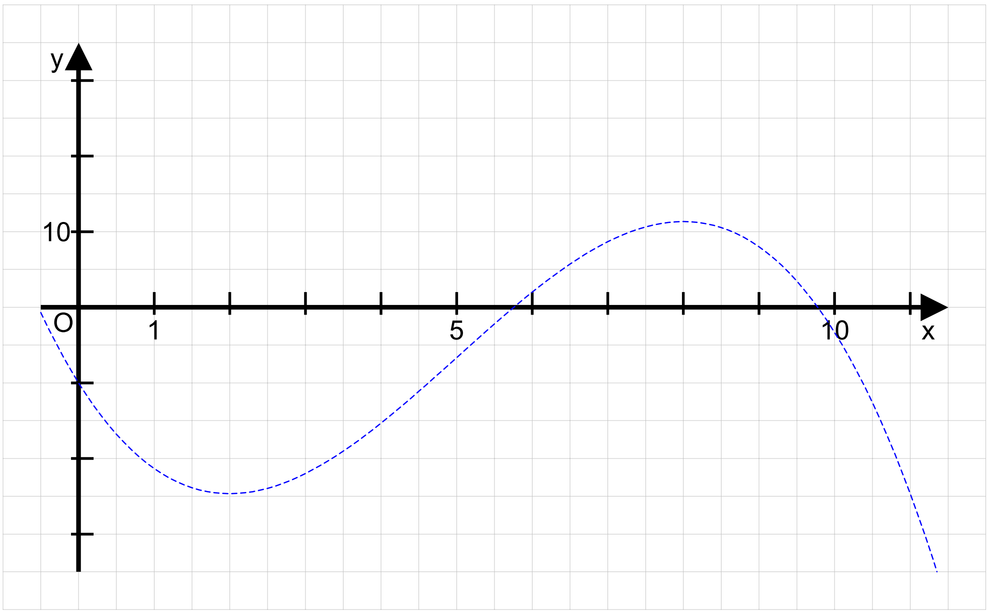
$$-x^2+10x-16{,}59=0$$

Der maximale Gewinn liegt bei 7,9 Tonnen und beträgt 6,6 Makroneten,d. h. die Produktion muss geringfügig gedrosselt werden. Der Gewinn sinkt aber erheblich.

$$x^2-10x+16{,}59=0$$

$$\underline{\underline{x=2{,}1 \vee x=7{,}9}}$$




y
10
O
1
5
10
x