Grundkurs Mathematik S1	M 6 - Lösungen	2004-2005

Aufgabe

Untersuche die Funktion $f: x \to \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4; x \in \Re$ unter den folgenden Gesichtspunkten:

a) Definitionsbereich
b) 3 Ableitungen
c) Symmetrie des Graphen
d) Nullstellen
e) Extremstellen, Hoch- bzw. Tiefpunkte
f) Wendestellen, Wendepunkte
g) Tangenten im Wendepunkt und an den Nullstellen
h) Verhalten gegen $+\infty \quad und -\infty$
i) Skizze des Graphen

a) $D_f = \Re$

b)

$$f' x \to x^3 - 4x; x \in \Re$$

$$f'': x \to 3x^2 - 4; x \in \Re$$

$$f''': x \to 6x; x \in \Re$$

c) **Da die Exponenten der Funktion gerade sind, liegt Achsensymmetrie zur fx)-Achse vor**
d) **– im Unterricht besprochen –**
e) Extremstellen:

$$f'(x) = 0$$
$$x^3 - 4x = 0$$
$$x(x^2 - 4) = 0$$
$$x = 0 \vee x = 2 \vee x = -2$$

$$f''(0) = -4 \quad \prec 0 \Rightarrow f \quad hat\ bei\ x = 0\ ein\ lok.Maximum$$
$$f''(2) = 8 \quad \succ 0 \quad \Rightarrow f \quad hat\ bei\ x = 2\ ein\ lok.Minimum$$
$$f''(-2) = 8 \quad \succ 0 \quad \Rightarrow f \quad hat\ bei\ x = -2\ ein\ lok.Minimum$$

Hochpunkt: H(0/4) Tiefpunke: T1(2/0) T2(-2/0)

f) Wendestellen

$$f''(x) = 0$$
$$3x^2 - 4 = 0$$
$$x_{w1} = \sqrt{\frac{4}{3}} \approx 1{,}15 \quad x_{w2} = -\sqrt{\frac{4}{3}} \approx -1{,}15$$

$$f'''(1{,}2) = 6{,}9 \neq 0 \quad \Rightarrow f\ hat\ bei\ 1{,}2 eine \quad Wendestelle$$
$$f'''(-1{,}2) = -6{,}9 \neq 0 \quad \Rightarrow f\ hat\ bei\ -1{,}2 eine \quad Wendestelle$$

Wendepunkte: W1 (1,15/1,79) W2(-1,15/1,79)

f) Tangenten:

Tangenten in den Nullstellen:

$t_{01}(x) = t_{02}(x) = 0$

Tangenten in den Wendepunkten:

Tangentengleichung: $t_w(x) = f'(x_w)(x - x_w) + f(x_w)$

$$t_{w1}(x) = -3{,}1 \cdot (x - 1{,}15) + 1{,}79 = -3{,}1x + 5{,}36$$

$$t_w 2(x) = 3{,}1 \cdot (x + 1{,}15) + 1{,}79 = 3{,}1x + 5{,}36$$

h) Graph