M4: Hausaugabe zum 23. 8. 04
Aufgabe1:

Untersuche die Funktion $f: x \to 3x^4 + 4x^3$ unter den folgenden Gesichtspunkten:

a) Definitionsbereich
Da es sich bei der Funktion um eine ganzrationale Funktion handelt, können alle reellen Zahlen eingesetzt werden. $D_f = \Re$

b) 3 Ableitungen

1. Ableitung: $f': x \to 12x^3 + 12x^2$
2. Ableitung: $f'': x \to 36x^2 + 24x$
3. Ableitung: $f''': x \to 72x + 24$

c) **Symmetrie des Graphen**
Da die Exponenten gerade und ungerade sind, liegt keine Symmetrie vor.

d) Nullstellen

Rechnung:

$$f(0) = 0$$
$$3x^4 + 4x^3 = 0$$
$$x^3(3x+4) = 0$$
$$x = 0 \vee x = -\frac{4}{3}$$

f hat die Nullstellen: x=0 v x= -4/3

e) Extremstellen

$$f'(x) = 0$$
$$12x^3 + 12x^2 = 0$$
$$x^2(12x+12) = 0$$
$$x0 = \vee x = -1$$

Einsetzen in die 2. Ableitung:
$f''(0) = 0$ keine Aussage

$f''(-1) = 12$ f hat bei x=-1 ein lok. Minimum

f hat einen Tielpunkt T(-1/-1)

f) Wendestellen
Einsetzen in die 3. Ableitung:

$$f''(x) = 0$$
$$36x^2 + 24x = 0$$
$$x(36x+24) = 0$$
$$x = 0 \vee x = -\tfrac{2}{3}$$

$f'''(0) = 24$
$f'''(-\frac{2}{3}) = -48$

beide Ergebnisse sind ungleich 0, damit hat f zwei Wendepunkte.

W1(0/0) ist gleichzeitig ein Sattelpunkt, da f'(0)=0

$w2(-\frac{2}{3} / \frac{16}{27})$ **ist nur Wendepunkt**

g) Wendetangenten

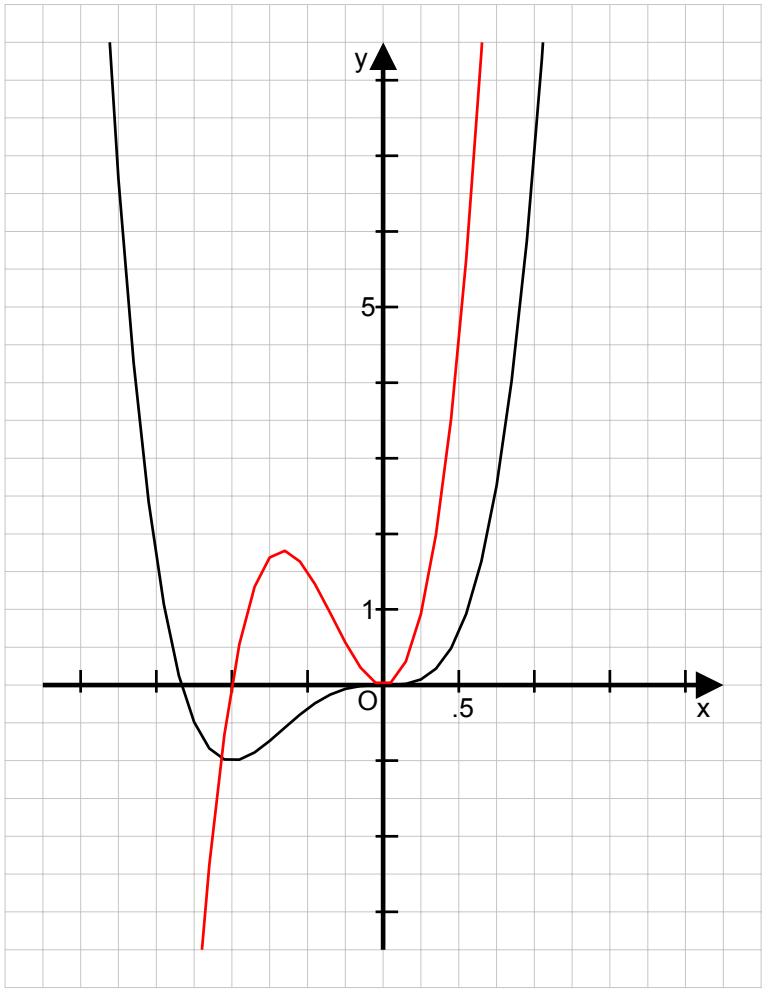
$$t_{w1}(x) = f'(x_{w1})(x - x_{w1}) + f(x_{w1})$$

$$\underline{\underline{t_{w1}(x) = 0}}$$

$$t_{w2}(x) = f'(x_{w2})(x - x_{w2}) + f(x_{w2})$$

$$t_{w2}(x) = \frac{48}{27}(x + \frac{2}{3}) + \frac{16}{27} = \underline{\underline{\frac{48}{27}x + \frac{48}{27}}}$$

h) Verhalten gegen $+\infty$ und $-\infty$

$$\lim_{x \to \infty} = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} = +\infty$$

Skizze des Graphen