

**Beispielaufgabe für Zentralabitur Mathematik Grundkurs:****Aufgabe 4: Flusstal Gy, GS**

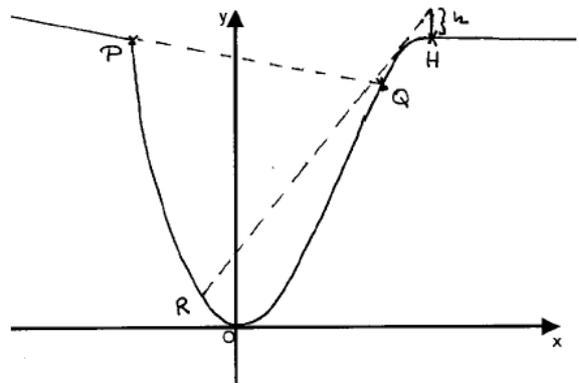
*Funktionsuntersuchung in einem Anwendungsbezug, Flächenberechnung durch Integration, Extremalproblem, Tangentenbestimmung*  
 Die Aufgabe entspricht mit kleinen Veränderungen der Abituraufgabe GK 1998/1 aus Baden-Württemberg.

**Aufgabenstellung**

Ein Flusstal soll mit Hilfe einer Funktion  $f$  beschrieben werden. Dazu wird ein erster, vereinfachender Ansatz gemacht:

$$f(x) = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{4}x^2; x \in \mathbb{R}$$

Zwischen dem Hochpunkt  $H$  des Graphen von  $f$  und dem Punkt  $P(-2|f(-2))$  wird das Flusstal durch den Graphen von  $f$  auch ganz zufrieden stellend beschrieben. Des Weiteren verläuft das Profil des angrenzenden Geländes von  $H$  aus horizontal (nach rechts) und von  $P$  aus in Richtung der Geraden durch  $P$  und dem Punkt  $Q(3|f(3))$ . Die nebenstehende Skizze dient nur der Orientierung und ist nicht maßstabsgetreu.



- a)
  - a1) Untersuchen Sie den Graphen der Funktion  $f$  auf gemeinsame Punkte mit den Koordinatenachsen sowie auf Hoch-, Tief- und Wendepunkte (unabhängig vom Kontext der Aufgabe).
  - a2) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden durch  $P$  und  $Q$ .
  - a3) Zeichnen Sie das Profil des Tales mit dem angrenzenden Gelände in ein Koordinatensystem ein.
- b) Bei einem starken Hochwasser stieg das Wasser bis zum Punkt  $H$ . Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche des dann mit Wasser gefüllten Tales.
- c) Von  $H$  soll eine unterirdische, gerade Leitung ausgehen und im Punkt  $B(u|f(u))$  mit  $0 < u < 4$  ins Tal münden. Bestimmen Sie  $B$  so, dass die Leitung möglichst steil verläuft.
- d) Bei Trockenheit ist der Wasserspiegel bis zum Punkt  $R(-1|f(-1))$  abgesunken. Ab welcher Höhe  $h$  über dem Hochpunkt  $H$  ist dieser Punkt zu sehen?